

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط $A(2;2;0)$ ، $B(0;-2;2)$ ، و $C(1;1;3)$.

(1) اكتب معادلة ديكرتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A ويعامد المستقيم (BC) .

(2) نعتبر (P') المستوي المحوري للقطعة $[AB]$ ، تحقق أن معادلة (P') هي: $x + 2y - z = 0$.

(3) بين أن المستويين (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) ، يطلب إيجاد تمثيل وسيطي له.

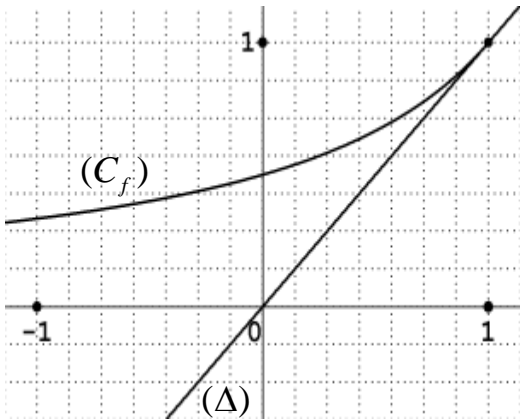
(4) بين أن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1), (B;1), (C;-12)\}$ هي نقطة تقاطع (Δ) و (ABC) ،

ثم عين (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 12\overrightarrow{MC}\| = 10\|\overrightarrow{OA}\|$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty; 1]$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2-x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، وليكن (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y = x$.



(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = -1$ حيث

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

(1) أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل

الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مبرزاً خطوط التمثيل،

ثم ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

(2) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 1$.

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

(4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \frac{2}{1-u_n}$.

(أ) برهن أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها 2 ثم عين عبارة حددها العام v_n بدلالة n .

(ب) استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقتها : $z_A = -1$ ، $z_B = 2+i$ و $z_C = -i$.

(1) اكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

(2) عيّن العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه C ويحول B إلى A .

(3) نعتبر النقطة D نظيرة B بالنسبة إلى C والنقطة E صورة D بالتشابه S .

(أ) عيّن z_D لاحقة D ثم تحقق أن: $z_E = 1 - 2i$ حيث z_E لاحقة E .

(ب) حدّد طبيعة الرباعي $ADEB$.

(4) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z . (M تختلف عن A و B)

حيث $\arg(z - z_A) - \arg(z - z_B) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

تحقق أن النقطة C تنتمي إلى (Γ) ، ثم حدّد طبيعة المجموعة (Γ) وأنشئها.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على D_f حيث $D_f =]-\infty; 1[\cup]2; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = -2x + 3 + 2 \ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) (أ) احسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجةين بيانياً.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) بيّن أنه من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = -2 - \frac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) (أ) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x) \in D_f$ و $f(3-x) + f(x) = 0$

(ب) استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر يُطلب تعيين إحداثييه.

(4) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على المجال $]0,45; 0,46[$ ثم استنتج أنها تقبل حلاً آخر β يُطلب تعيين حصر له.

(5) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -2x + 3$ مقارب مائل لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

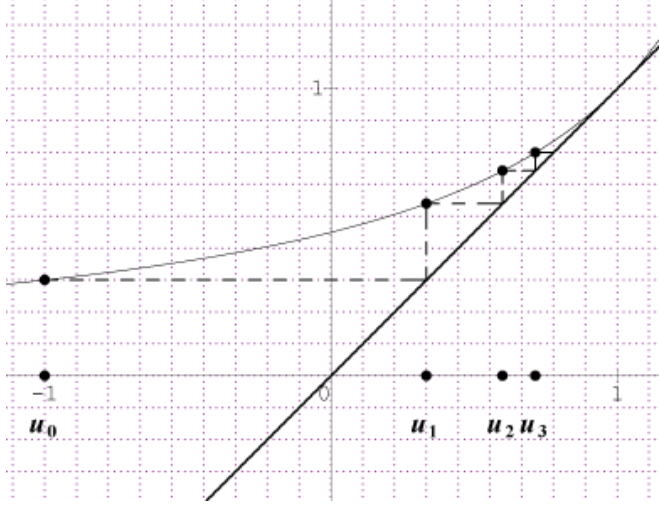
(6) ارسم (Δ) و (C_f) .

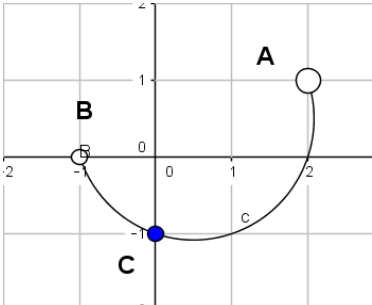
(7) بيّن أن الدالة: $h: x \mapsto (x-1)\ln(x-1) - (x-2)\ln(x-2)$ أصلية للدالة $x \mapsto \ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2; +\infty[$.

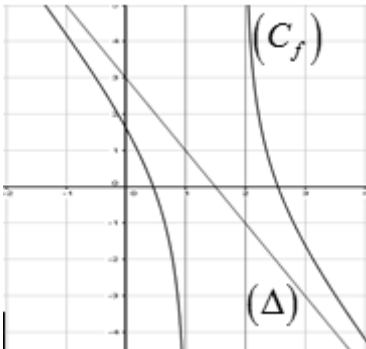
ثم احسب بدلالة β مساحة الحيز المستوي المُحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها:

$$. x = 3 \text{ و } x = \beta , y = -2x + 3$$

انتهى الموضوع الأول

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
الموضوع الأول		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
0.50	0.50	(1) معادلة المستوي $(P): x + 3y + z - 8 = 0$
01	01	(2) التحقق أن معادلة (P') هي : $x + 2y - z = 0$.
0.75	0.25	(3) (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) لأن الشعاعين الناظمين لكل من (P) و (P') غير مرتبطين خطياً
	0.50	التمثيل الوسيطى للمستقيم $(\Delta): t \in \mathbb{R} /$ $\begin{cases} x = 5t - 16 \\ y = -2t + 8 \\ z = t \end{cases}$
1.75	0.50	(4) إحداثيات $G: \left(1; \frac{6}{5}; \frac{17}{5}\right)$
	0.25	(1)..... $C; B; A$ لأنها مرجح للنقط الثلاث $G \in (ABC)$
	0.25	(2)..... (Δ) تحقق جملة التمثيل الوسيطى لـ $G \in (\Delta)$
		من (1) و (2) نجد $\{G\} = (ABC) \cap (\Delta)$
		مجموعة النقط:
	0.50	$\ \vec{MA} + \vec{MB} - 12\vec{MC} \ = 10 \ \vec{OA} \ $ تكافئ $MG = OA$
	0.25	(E) سطح كرة مركزها G ونصف قطرها OA
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
0.75	0.50	(1) رسم الشكل المقابل وتمثيل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 مُبرزاً خطوط التمثيل
		
	0.25	التخمين : المتتالية (u_n) متزايدة تماماً ومتقاربة

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
0.75	0.75	(2) البرهان بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 1$.
0.75	0.50 0.25	(3) اتجاه التغير : نجد $u_{n+1} - u_n = \frac{(1-u_n)^2}{2-u_n}$ و منه المتتالية (u_n) متزايدة تماما . تقارب (u_n) : المتتالية (u_n) متزايدة تماما ومحدودة فهي متقاربة .
1.75	0.50 0.50	(4) أ) المتتالية (v_n) حسابية أساسها 2 : $v_{n+1} - v_n = 2$ عبارة الحد العام : $v_n = 2n + 1$
	0.50 0.25	ب) عبارة u_n بدلالة n : $u_n = 1 - \frac{2}{2n+1}$ النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01	0.50 0.50	(1) الشكل الاسي: $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = \frac{1}{2} e^{i\frac{\pi}{2}}$ طبيعة المثلث ABC : المثلث ABC قائم في C لان $(\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{CA}) = \frac{\pi}{2}$
01	01	(2) العبارة المركبة للتشابه المباشر S : $z' = \frac{1}{2}i z - \frac{1}{2} - i$.
1.50	0.50 0.25	(3) أ) لاحقة D : $z_D = -2 - 3i$ التحقق أن: $z_E = 1 - 2i$
	0.75	ب) الرباعي $ADEB$ معين .
01.50	0.25 0.25 0.50	(4) التحقق أن النقطة C تنتمي الى (Γ) : $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_C - z_B}\right) = \frac{\pi}{2}$ طبيعة المجموعة (Γ) : $\arg\left(\frac{z - z_A}{z - z_B}\right) = \frac{\pi}{2}$ معناه $(\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MA}) = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ / $k \in \mathbb{Z}$ (Γ) هي نصف الدائرة المفتوحة التي حدها النقطتين A و B وتشمل النقطة C . إنشاء (Γ) .
	0.50	

العلامة		عناصر الإجابة														
المجموع	مجزأة															
التمرين الرابع: (07 نقاط)																
1.25	2×0.25 0.25	(1) أ) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ ، وجود مستقيمين مقاربين معادلتيهما : $x=1$; $x=2$														
	2×0.25	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$														
01	0.50	(2) بيّن أنّه من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = -2 - \frac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، جدول تغيرات الدالة f .														
	0.50	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$ ↘ $-\infty$</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>$+\infty$ ↘ $-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	$f'(x)$	-			-	$f(x)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$		
x	$-\infty$	1	2	$+\infty$												
$f'(x)$	-			-												
$f(x)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$			$+\infty$ ↘ $-\infty$												
01	0.25 0.50	(3) أ) من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x) \in D_f$ ، من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $f(3-x) + f(x) = 0$ ،														
	0.25	ب) (C_f) يقبل مركز تناظر إحداثياته: $A(\frac{3}{2}; 0)$														
01	0.50	(4) أثبت أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0,45; 0,46[$														
	0.25	استنتج أنّها تقبل حلا آخر β لدينا $f(\alpha) = 0$ و $f(3-\alpha) + f(\alpha) = 0$														
	0.25	$\beta = 3 - \alpha$ حصر β : $2,54 \leq \beta \leq 2,55$														
01	0.50	(5) (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-2x + 3)] = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-2x + 3)] = 0$														
	0.50	وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) . لما $x < 1$ يقع تحت (Δ) . لما $x > 2$ يقع فوق (Δ) .														
0.75	0.25	(6) ارسم (Δ) و (C_f) .														
	0.50															

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : تقني رياضي/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
01	0.50 0.50	<p>(7) اثبات أن الدالة: $h: x \mapsto (x-1)\ln(x-1) - (x-2)\ln(x-2)$ أصلية للدالة $x \mapsto \ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2; +\infty[$.</p> <p>حساب بدلالة β المساحة : $S = \int_{\beta}^3 2\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)dx = 2h(3) - 2h(\beta)$</p>